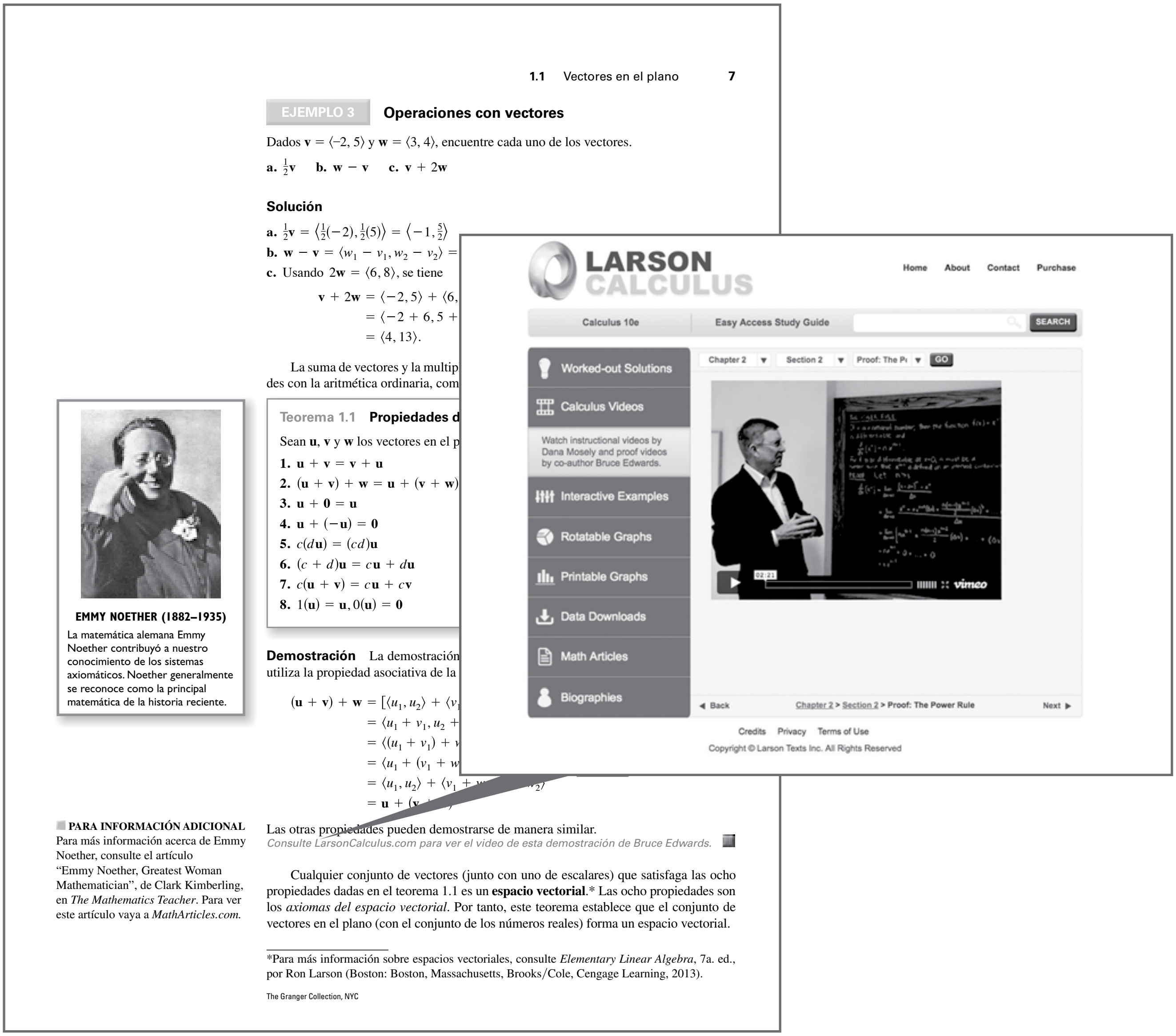
Apéndices

A Demostración de teoremas seleccionados

En esta edición hemos realizado el Apéndice A con demostraciones de teoremas seleccionados en formato de video (en inglés) en *LarsonCalculus.com*. Cuando navegue en este sitio de Internet, encontrará un enlace donde Bruce Edwards explica cada demostración del libro, incluyendo los de este apéndice. Esperamos que estos videos mejoren su estudio del cálculo. La versión en texto de este apéndice está disponible (en inglés y con un costo adicional) en *CengageBrain.com*.

Ejemplo de demostraciones de teoremas seleccionados en *LarsonCalculus.com*



1.1 Vectores en el plano 7

EJEMPLO 3 Operaciones con vectores

Dados $\mathbf{v} = \langle -2, 5\rangle$ y $\mathbf{w} = \langle 3, 4\rangle$, encuentre cada uno de los vectores.

a. $\frac{1}{2}\mathbf{v}$ **b.** $\mathbf{w} - \mathbf{v}$ **c.** $\mathbf{v} + 2\mathbf{w}$

Solución

a. $\frac{1}{2}\mathbf{v} = \left\langle \frac{1}{2}(-2), \frac{1}{2}(5)\right\rangle = \left\langle -1, \frac{5}{2}\right\rangle$

b. $\mathbf{w} - \mathbf{v} = \langle w_1 - v_1, w_2 - v_2\rangle =$

c. Usando $2\mathbf{w} = \langle 6, 8\rangle$, se tiene

$$\mathbf{v} + 2\mathbf{w} = \langle -2, 5\rangle + \langle 6,$$
$$= \langle -2 + 6, 5 +$$
$$= \langle 4, 13\rangle.$$

La suma de vectores y la multip des con la aritmética ordinaria, com

Teorema 1.1 Propiedades d

Sean **u**, **v** y **w** los vectores en el p

1. $\mathbf{u} + \mathbf{v} = \mathbf{v} + \mathbf{u}$
2. $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$
3. $\mathbf{u} + \mathbf{0} = \mathbf{u}$
4. $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = \mathbf{0}$
5. $c(d\mathbf{u}) = (cd)\mathbf{u}$
6. $(c + d)\mathbf{u} = c\mathbf{u} + d\mathbf{u}$
7. $c(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = c\mathbf{u} + c\mathbf{v}$
8. $1(\mathbf{u}) = \mathbf{u}, 0(\mathbf{u}) = \mathbf{0}$

EMMY NOETHER (1882–1935)
La matemática alemana Emmy Noether contribuyó a nuestro conocimiento de los sistemas axiomáticos. Noether generalmente se reconoce como la principal matemática de la historia reciente.

Demostración La demostración utiliza la propiedad asociativa de la

$$(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = [\langle u_1, u_2\rangle + \langle v$$
$$= \langle u_1 + v_1, u_2 +$$
$$= \langle (u_1 + v_1) +$$
$$= \langle u_1 + (v_1 + w$$
$$= \langle u_1, u_2\rangle + \langle v_1 +$$
$$= \mathbf{u} + (\mathbf{v}$$

Las otras propiedades pueden demostrarse de manera similar.
Consulte LarsonCalculus.com para ver el video de esta demostración de Bruce Edwards.

PARA INFORMACIÓN ADICIONAL Para más información acerca de Emmy Noether, consulte el artículo "Emmy Noether, Greatest Woman Mathematician", de Clark Kimberling, en *The Mathematics Teacher*. Para ver este artículo vaya a *MathArticles.com.*

Cualquier conjunto de vectores (junto con uno de escalares) que satisfaga las ocho propiedades dadas en el teorema 1.1 es un **espacio vectorial**.* Las ocho propiedades son los *axiomas del espacio vectorial*. Por tanto, este teorema establece que el conjunto de vectores en el plano (con el conjunto de los números reales) forma un espacio vectorial.

*Para más información sobre espacios vectoriales, consulte *Elementary Linear Algebra*, 7a. ed., por Ron Larson (Boston: Boston, Massachusetts, Brooks/Cole, Cengage Learning, 2013).

The Granger Collection, NYC